

S6-272

B.Sc. DEGREE EXAMINATIONS –AUGUST/SEPTEMBER, 2021.

THIRD YEAR – SIXTH SEMESTER

MATHEMATICS

Paper – VIII (C-A1) : INTEGRAL TRANSFORMS

(Regular / Supplementary)

(Common paper for B.A./B.Sc.)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

Answer any FIVE of the following questions. Each question carries 5 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (5 × 5 = 25 marks)

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Solve $(D^2 + 1)y = t \cos 2t$, $y = 0 = \frac{dy}{dt}$ when $t = 0$ by using Laplace transform method.

$t = 0$ వద్ద $y = 0 = \frac{dy}{dt}$ అయినప్పుడు $(D^2 + 1)y = t \cos 2t$ ను సాధించుము, లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించుము.

2. Solve $(tD^2 + D + 4t)y = 0$, when $y(t) = 3$, $Dy(t) = 0$ at $t = 0$ by using Laplace transform method.

లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి $t = 0$ వద్ద $y(t) = 3$, $Dy(t) = 0$ అయినప్పుడు $(tD^2 + D + 4t)y = 0$ ను సాధించుము.

3. Solve $(D^2 + 2)x - Dy = 1$
 $Dx + (D^2 + 2)y = 0$

with $t > 0$, $Dx = 0 = y = Dy$, when $t = 0$, x and y both being function of 't'.

x , y లు యొక్క ప్రమేయాల్నైప్పుడు $t > 0$, $Dx = 0 = y = Dy$, $t = 0$ అయినప్పుడు ను

$$(D^2 + 2)x - Dy = 1$$

$$Dx + (D^2 + 2)y = 0 \text{ ను సాధించండి.}$$

Turn Over

4. Using Laplace transforms, solve the equation $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = t$; $\frac{d^2y}{dt^3} - y = e^{-t}$, given

that $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $\frac{dx}{dt} = 0$, if $t = 0$.

$x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $\frac{dx}{dt} = 0$, $t = 0$ అయినప్పుడు, లాప్లాస్ పరివర్తనాలను ఉపయోగించి,

$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = t$; $\frac{d^2y}{dt^3} - y = e^{-t}$ ను సాధించండి.

5. Solve $F'(t) = t + \int_0^t F(t-u) \cos u \, du$, $F(0) = 4$.

$F(0) = 4$ వద్ద $F'(t) = t + \int_0^t F(t-u) \cos u \, du$ ను సాధించుము.

6. Solve $F(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t F(u) \cos(t-u) \, du$.

$F(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t F(u) \cos(t-u) \, du$ ను సాధించండి.

7. Find the Fourier transform of $f(x) = x$, $|x| \leq a$, $f(x) = 0$, $|x| > a$.

$|x| \leq a$ అయినప్పుడు $f(x) = x$, $|x| > a$ అయినప్పుడు $f(x) = 0$ యొక్క ఫోరియర్ పరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి.

8. Find Fourier sine transform of $\frac{e^{-ax}}{x}$.

$\frac{e^{-ax}}{x}$ యొక్క ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

9. Show that $\int_0^\infty \frac{\cos \lambda x}{\lambda^2 + 1} d\lambda = \frac{\pi}{2} e^{-x}$, $x \geq 0$.

$\int_0^\infty \frac{\cos \lambda x}{\lambda^2 + 1} d\lambda = \frac{\pi}{2} e^{-x}$, $x \geq 0$ అని చూపుము.

10. Find the Fourier cosine transform of e^{-x^2}

e^{-x^2} యొక్క ఫోరియర్ కోసైన్ పరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి.

SECTION – B

Answer ALL the questions. Each question carries 10 marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (5 × 10 = 50 marks)

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

11. (a) Using Laplace transform method, Solve $ty'' + y' + ty = 0$, given that $y(0) = 1$ and $y(t)$ and its derivatives have transforms.

$y(0) = 1$ మరియు $y(t)$ మరియు వాని అవకలనాలను లాప్లాస్ పరివర్తనలు అయినప్పుడు, $ty'' + y' + ty = 0$ ను సాధించండి.

Or

- (b) Solve $(D^2 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t}$, $y = 1$, $Dy = 0$, When $t = 0$.

వద్ద అయినప్పుడు ను సాధించండి.

12. (a) Solve $Dx + Dy = t$, $D^2x - y = e^{-t}$, $x(0) = 3$, $x'(0) = -2$, $y(0) = 0$.

$x(0) = 3$, $x'(0) = -2$, $y(0) = 0$ అయినప్పుడు, $Dx + Dy = t$, $D^2x - y = e^{-t}$ ను సాధించుము.

Or

- (b) Solve: $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, $y\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0$, $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$ and $y(x, 0) = \cos 5x$

$y(x, 0) = \cos 5x$, $y\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0$, $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$ అయినప్పుడు $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, ను సాధించుము.

13. (a) Solve the integral equation $\int_0^t \frac{F(u)du}{\sqrt{t-u}} = 1 + t + t^2$.

$\int_0^t \frac{F(u)du}{\sqrt{t-u}} = 1 + t + t^2$ ను సాధించుము.

Or

- (b) Solve the integral equation $F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$ and verify your solution.

$F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$ ను సాధించి, మీ సమాధానాన్ని పరిశీలించండి.

14. (a) Find the Fourier transform of $F(x) = 1 - x^2, |x| < 1, F(x) = 0, |x| > 1$ and hence evaluate $\int_0^\infty \left(\frac{x \cos x - \sin x}{x^3} \right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$

$F(x) = 1 - x^2, |x| < 1, F(x) = 0, |x| > 1$ అయినప్పుడు $F(x)$ యొక్క ఫోరియర్ పరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి. మరియు $\int_0^\infty \left(\frac{x \cos x - \sin x}{x^3} \right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$ ను కనుక్కోండి.

Or

- (b) Find the Fourier sine transform of $f(x)$ defined by $f(x) = \frac{1}{x(x^2 + a^2)}$.

$f(x) = \frac{1}{x(x^2 + a^2)}$ యొక్క ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

15. (a) State and prove Convolution theorem for Fourier transforms.
ఫోరియర్ పరివర్తనలపై కన్వాల్యూషన్ సిద్ధాంతము ప్రవచించి, నిరూపించుము.

Or

- (b) State and prove Parseval's identity for Fourier transforms.
ఫోరియర్ పరివర్తనలపై పార్సెవల్ సమానతను ప్రవచించి, నిరూపించుము.
